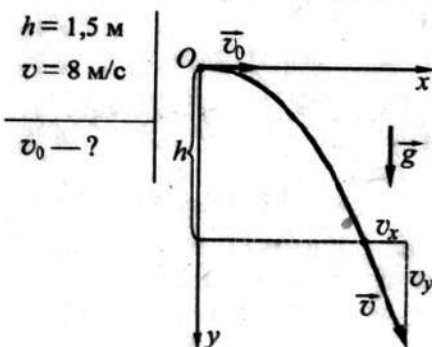


ТЕМА 3. РУХ ПО ПАРАБОЛІ ПІД ДІЄЮ СИЛИ ТЯЖІННЯ

- Тіло будь-якої маси, яке кинули горизонтально або під кутом до горизонту, за умови, що немає опору повітря, вздовж осі Ox рухається рівномірно, а вздовж осі Oy — з прискоренням \vec{g} , якого надає тілу сила тяжіння (див. рис.).
- Траєкторією руху в обох випадках є парабола.
- Миттєва швидкість у довільній точці параболи напрямлена по дотичній до траєкторії в цій точці.
- Закономірності руху по параболі під дією сили тяжіння:

	Тіло кинули горизонтально	Тіло кинули під кутом до горизонту
Рисунок		
Рівняння руху	$x = v_0 t; y = \frac{gt^2}{2}$	$x = v_0 \cos \alpha \cdot t; y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$
Рівняння проекції швидкості	$v_x = v_0; v_y = gt$	$v_x = v_0 \cos \alpha; v_y = v_0 \sin \alpha - gt$
Модуль швидкості в момент часу t	$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$	
Напрямок швидкості в момент часу t	$\operatorname{tg} \beta = \frac{v_y}{v_x}$	
Дальність польоту ($x = l$)	$l = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$, де t — час руху по параболі	$l = v_0 \cos \alpha \cdot t = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$, де t — час руху по параболі
Висота ($y = h$)	$h = \frac{gt^2}{2}$	$h = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} = v_0 \sin \alpha \cdot t_n - \frac{gt_n^2}{2}$, де t_n — час підняття на максимальну висоту
Час підняття на максимальну висоту	—	$t_n = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \quad (v_y = 0)$

Приклад 1. Кульку зіштовхнули з горизонтального столу заввишки 1,5 м. У момент падіння кульки на підлогу її швидкість становила 8 м/с. Визначте початкову швидкість кульки.



Переміщення кульки по вертикалі: $h = \frac{gt^2}{2}$. Звідси: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Рівняння проекцій швидкості на осі: $v_x = v_0; v_y = gt$

Швидкість кульки в момент удару об підлогу:

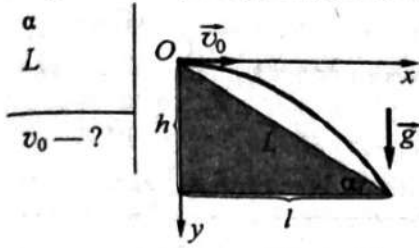
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

$$\text{Звідси } v_0 = \sqrt{v^2 - 2gh} = \sqrt{34} \approx 5,8 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

$$[v_0] = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Відповідь: 5,8 м/с.

Приклад 2. Камінь кидають горизонтально з вершини гори, що має нахил α . З якою початковою швидкістю кинули камінь, якщо він упав на схилі гори на відстані L від вершини?



Рух уздовж осі Ox рівномірний. Дальність польоту каменя по горизонталі

$$l = v_0 t = L \cos \alpha. \quad (1)$$

Рух каменя вздовж осі Oy рівноприскорений без початкової швидкості. Тому

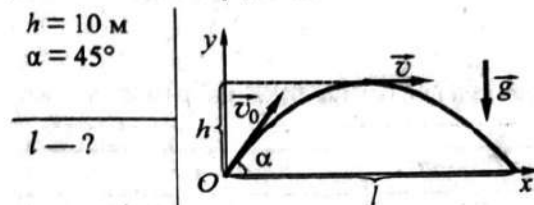
$$h = \frac{gt^2}{2} = L \sin \alpha. \quad (2)$$

З (2) знайдемо час: $t = \sqrt{\frac{2L \sin \alpha}{g}}$. Підставимо (2) в (1) і отримаємо:

$$v_0 = \frac{L \cos \alpha}{t} = L \cos \alpha \cdot \sqrt{\frac{g}{2L \sin \alpha}} = \sqrt{\frac{gL}{2 \sin \alpha}} \cdot \cos \alpha. \quad [v_0] = \sqrt{\frac{m}{c^2}} \cdot m = \frac{m}{c}$$

Відповідь: $v_0 = \sqrt{\frac{gL}{2 \sin \alpha}} \cdot \cos \alpha.$

Приклад 3. Диск кинули під кутом 45° до горизонту. Максимальна висота підняття диска 10 м. Визначте дальність польоту диска.



Дальність польоту диска $l = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$.

Максимальна висота підняття диска $h = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$.

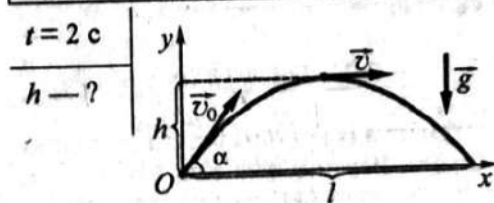
Поділивши рівності, отримаємо $l/h = 4 \operatorname{ctg} \alpha.$

Звідси $l = 4h \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 4h = 40 \text{ м}.$

Відповідь: 40 м.

Приклад 4 (ЗНО-2007). Учні на уроці фізкультури грають у волейбол. Визначте максимальну висоту (у метрах) відносно рук гравців, якої досягає м'яч, коли відомо, що в польоті між двома ударами він перебуває 2 с. Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

А	Б	В	Г
5 м	10 м	2,5 м	1,25 м



Тіло, яке кинули під кутом до горизонту, досягає максимальної висоти підняття за час $t_n = \frac{t}{2}$. Для цього часу запишемо рівняння проекції переміщення та проекції швидкості на вісь Oy :

$$h = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{t}{2} - \frac{gt^2}{8} \quad \text{та} \quad 0 = v_0 \sin \alpha - \frac{gt}{2}.$$

Звідси $v_0 \sin \alpha = \frac{gt}{2}$, тоді $h = \frac{gt^2}{4} - \frac{gt^2}{8} = \frac{gt^2}{8} = 5 \text{ (м)}.$

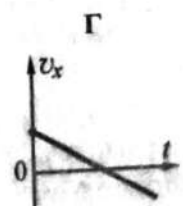
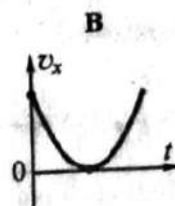
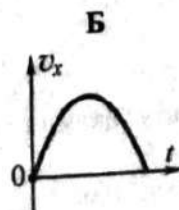
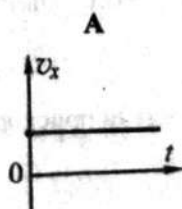
Відповідь: А.

Завдання для самостійного розв'язування

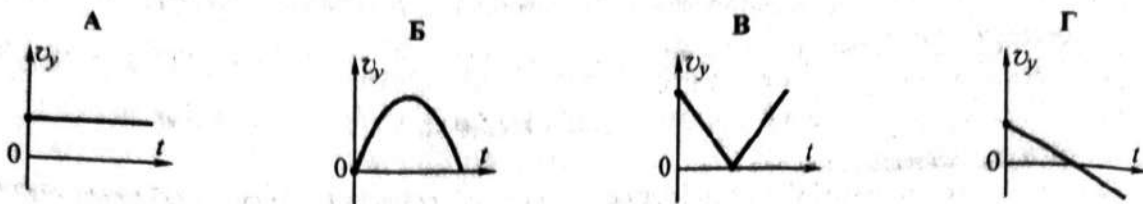
Завдання з вибором однієї правильної відповіді

Завдання 3.1 – 3.14 мають чотири варіанти відповіді, серед яких лише один правильний. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді.

3.1. Камінь кидають зі швидкістю v під кутом α до горизонту. Вкажіть графік проекції швидкості на горизонтальну вісь.



- 3.2. Камінь кидають зі швидкістю v під кутом α до горизонту. Вкажіть графік проекції швидкості на вертикальну вісь, напрямлену вгору.



- 3.3. М'яч, кинутий під кутом до горизонту, рухається по...

А	Б	В	Г
прямій	дузі кола	параболі	гвинтовій лінії

- 3.4. Два тіла, які мають різну масу, кинули з вежі горизонтально з однакової висоти. Швидкість першого тіла удвічі більша за швидкість другого. Яке з тіл упаде першим? Опором повітря знехтуйте.

- А Тіло, яке має більшу масу;
 Б тіло, яке має більшу швидкість;
 В тіло, яке має меншу швидкість;
 Г обидва тіла впадуть одночасно.

- 3.5. Тіло кинули під кутом 30° до горизонту. Під яким кутом до горизонтальної осі Ox буде напрямлена його швидкість у момент падіння?

А	Б	В	Г
90°	60°	150°	30°

- 3.6. Дальність польоту тіла, кинутого під кутом до горизонту, максимальна при куті кидання...

А	Б	В	Г
45°	60°	30°	90°

- 3.7. Два тіла різної маси кинули під кутами 15° та 75° до горизонту з однаковими початковими швидкостями. Порівняйте дальність польоту тіл.

- А Перше тіло впаде далі від точки кидання;
 Б друге тіло впаде далі;
 В дальність польоту тіл однакова;
 Г порівняти неможливо, бо дальність польоту залежить від маси тіла.

- 3.8. Хлопчик, розігнавшись до швидкості 6 м/с у горизонтальному напрямку, стрибнув із крутого берега заввишки 2 м у воду. Початок координат міститься в точці відриву хлопчика від берега. Вертикальна вісь напрямлена вниз. Запишіть рівняння траєкторії руху хлопчика.

А $x = 6t$; Б $y = 5t^2$; В $y = \frac{5}{36}x^2$; Г $y = 2 - 5x^2$.

- 3.9. Два списи кинули під однаковим кутом до горизонту. Дальність польоту першого списа у 4 рази більша за дальність польоту другого. У скільки разів відрізняються початкові швидкості списів?

А $\frac{v_{01}}{v_{02}} = 4$; Б $\frac{v_{01}}{v_{02}} = 2$; В $\frac{v_{01}}{v_{02}} = \sqrt{2}$; Г $\frac{v_{01}}{v_{02}} = 2\sqrt{2}$.

- 3.10. Два диски кинули під кутами $\alpha_1 = 30^\circ$ і $\alpha_2 = 60^\circ$ до горизонту з однаковими початковими швидкостями. У скільки разів максимальна висота підняття другого диска відрізняється від максимальної висоти підняття першого диска?

А 2; Б $\sqrt{2}$; В $\sqrt{3}$; Г 3.

- 3.11. Камінь кинули горизонтально з початковою швидкістю 15 м/с . Через який час його швидкість буде направлена під кутом 45° до горизонту?

А 2 с; Б 1,5 с; В 2,5 с; Г 1 с.

- 3.12. М'яч кинули зі швидкістю 20 м/с під кутом 60° до горизонту. Якими є модулі швидкості та прискорення м'яча у верхній точці траєкторії?

А 10 м/с ; 0 м/с^2 ; Б 10 м/с ; 10 м/с^2 ; В 0 м/с ; 0 м/с^2 ; Г 0 м/с ; 10 м/с^2 .

3.13. Два тіла одночасно кидають горизонтально з висоти 10 м з однаковими швидкостями, 20 м/с, у протилежних напрямках. Запишіть залежність від часу відстані між тілами.

A $l = 40t$;

Б $l = 20t$;

В $l = 10t$;

Г $l = 5t^2$.

3.14. Камінь кинули під кутом 60° до горизонту з початковою швидкістю $v_0 = 10$ м/с. Визначте модуль середньої швидкості переміщення за весь час польоту.

A 10 м/с;

Б 5 м/с;

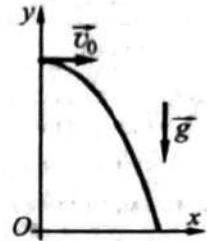
В 2,5 м/с;

Г 0 м/с.

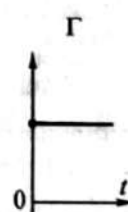
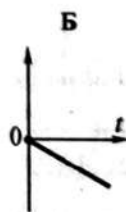
Завдання на встановлення відповідності

У завданнях 3.15 – 3.20 до кожного із чотирьох рядків інформації, позначених цифрами, виберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою.

3.15. Камінь кинули горизонтально з певної висоти над поверхнею землі (див. рис.). Установіть відповідність між фізичною величиною та графіком зміни цієї величини із часом.



- 1 Проекція швидкості на горизонтальну вісь
- 2 Проекція швидкості на вертикальну вісь, напрямлену вгору
- 3 Горизонтальна дальність польоту
- 4 Висота



3.16. Дальність польоту тіла, кинутого горизонтально зі швидкістю 20 м/с, дорівнює висоті кидання. Установіть відповідність між фізичною величиною та її числовим значенням у СІ.

- 1 Висота кидання
- 2 Час польоту
- 3 Кінцева швидкість
- 4 Напрямок кінцевої швидкості ($\text{tg } \alpha$)

A 40

Б $20\sqrt{5}$

В 80

Г 4

Д 2

3.17. М'яч, який кинули горизонтально зі швидкістю 15 м/с, упав на землю через 2 с. Установіть відповідність між фізичною величиною та її числовим значенням у СІ.

- 1 Висота падіння
- 2 Дальність кидання
- 3 Кінцева швидкість
- 4 Напрямок кінцевої швидкості ($\text{tg } \alpha$)

A 30

Б 20

В 25

Г $5/3$

Д $4/3$

3.18. Камінь кинули горизонтально зі швидкістю 20 м/с з висоти 45 м. Установіть відповідність між фізичною величиною та її числовим значенням у СІ.

- 1 Час польоту
- 2 Дальність польоту
- 3 Кінцева швидкість
- 4 Напрямок кінцевої швидкості ($\text{tg } \alpha$)

A 3

Б 1,8

В 60

Г 1,5

Д $10\sqrt{13}$

3.19. Тіло кинули горизонтально вздовж осі Ox зі швидкістю v_0 з висоти h . Установіть відповідність між фізичною величиною та виразом, за яким її обчислюють, якщо час польоту тіла становить t .

- 1 Проекція початкової швидкості на вісь Ox
- 2 Проекція початкової швидкості на вісь Oy
- 3 Час падіння
- 4 Дальність польоту

A $\sqrt{\frac{2h}{g}}$

Б v_0

В $\frac{gt^2}{2}$

Г 0

Д $v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$

3.20. Тіло, яке кинули під кутом 30° до горизонту, було в польоті 4 с. Установіть відповідність між фізичною величиною та її числовим значенням у СІ.

- 1 Початкова швидкість
- 2 Час підняття
- 3 Дальність польоту
- 4 Максимальна висота підняття

- А $80\sqrt{3}$
 Б 2
 В 40
 Г 20
 Д 120

Завдання відкритої форми з короткою відповіддю

Розв'яжіть завдання 3.21 – 3.36. Обчислення доцільно здійснювати за кінцевою формулою розв'язання задачі в загальному вигляді.

- 3.21. Снаряд, що вилетів зі ствола гармати під кутом до горизонту, перебував у польоті 10 с. На яку максимальну висоту він піднявся?
- 3.22. Диск кинули під кутом 45° до горизонту. Дальність польоту диска становить 36 м. На яку максимальну висоту він піднявся?
- 3.23. Під яким кутом до горизонту потрібно кинути з поверхні землі м'яч, щоб дальність польоту м'яча дорівнювала максимальній висоті підняття?
- 3.24. При збільшенні висоти кидання тіла в горизонтальному напрямку в 4 рази дальність польоту зросла на 2 м. Початкова швидкість при киданні в обох випадках була однаковою. Визначте початкову дальність польоту.
- 3.25. З літака, який летить горизонтально на висоті 500 м зі швидкістю 288 км/год, скидають вимпел на корабель, що рухається назустріч літаку зі швидкістю 36 км/год. На якій відстані від корабля по горизонталі потрібно це зробити?
- 3.26. М'яч кинули горизонтально з кручі з початковою швидкістю 20 м/с. На землю він упав під кутом 60° до горизонту. Яка висота кручі?
- 3.27. Диск кинули під кутом 45° до горизонту з початковою швидкістю 20 м/с. Впродовж якого проміжку часу швидкість диска буде напрямлена під кутом, меншим за 30° ?
- 3.28. Футболіст забив гол з пенальті. Відстань до воріт дорівнює l . У ворота, висота яких h , м'яч залетів горизонтально, ледь торкнувшись верхньої планки. Визначте, під яким кутом до горизонту вдарив футболіст по м'ячу.
- 3.29. На рисунку зображено стробоскопічне фото кульки. Розміри клітинки сітки 5×5 см. Визначте початкову швидкість кульки.
- 3.30*. Камінь кинули під кутом до горизонту. Визначте кут кидання, якщо максимальна швидкість каменя удвічі більша за мінімальну.

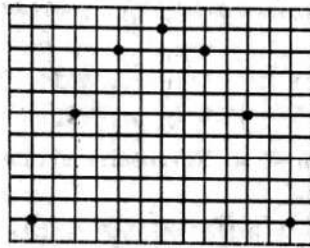


Рис. до № 3.29

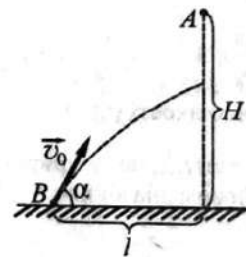


Рис. до № 3.32

- 3.31*. Гравець кидає м'яч з висоти h над поверхнею землі під кутом 45° до горизонту. М'яч повинен перелетіти через сітку заввишки H , що міститься на відстані l від гравця. Якої мінімальної швидкості потрібно надати для цього м'ячу, щоб він перелетів через сітку?
- 3.32*. З точки A починає вільно падати тіло (див. рис.). Одночасно з точки B під кутом α до горизонту кидають друге тіло так, щоб обидва тіла зіткнулись у повітрі. Визначте кут кидання, якщо $H/l = \sqrt{3}$.
- 3.33*. Зі шланга б'є струмінь води під кутом 30° до горизонту зі швидкістю 10 м/с. Площа поперечного перерізу шланга — 2 см^2 . Знайдіть масу води, яка перебуває в повітрі. Густина води — 1000 кг/м^3 .
- 3.34*. Пружна кулька падає з висоти 80 см на похилу площину. Через який час після відбивання кулька знову впаде на площину?
- 3.35*. Качка летить горизонтально зі швидкістю u . Мисливець вистрелив у качку так, що в момент пострілу швидкість кулі v_0 була напрямлена на качку під кутом α до горизонту. На якій висоті летіла качка, якщо мисливець все ж влучив у неї?
- 3.36*. Гармату встановлено на відстані 8100 м від вертикальної кручі, глибина якої 105 м. Швидкість вильоту снарядів з дула — 300 м/с. На якій мінімальній відстані від краю дна кручі падатимуть снаряди?