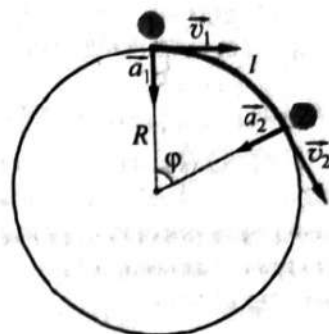


ТЕМА 4. РІВНОМІРНИЙ РУХ ПО КОЛУ

• Рівномірний криволінійний рух — це рух з постійною за модулем швидкістю. Найпростішим прикладом такого руху є рівномірний рух по колу. Нехай, рухаючись по колу, тіло перемістилося з положення 1 у положення 2 (див. рис.).



• Кут повороту φ — це кут, на який за час t повернеться радіус, проведений до положення тіла в дану мить. Кут повороту в СІ вимірюють у радіанах (рад). $180^\circ = \pi$ (рад).

• Шлях l — це довжина дуги, по якій рухалося тіло впродовж часу t . Довжину дуги можна обчислити за формулою $l = R\varphi$.

• Період обертання $T = \frac{t}{N}$ — час одного повного оберт. Одиницею вимірювання періоду в СІ є 1 с.

• Частота обертання $n = \frac{N}{t} = \frac{1}{T}$ — це скалярна величина, яка дорівнює кількості обертів, що зробить тіло за одиницю часу. Частоту обертання в СІ вимірюють у $\frac{1}{\text{с}}$.

• Лінійна швидкість чисельно дорівнює шляху, що проходить тіло за одиницю часу: $v = \frac{l}{t} = \frac{2\pi R}{T}$. Лінійна швидкість у кожній точці траєкторії напрямлена по дотичній до кола.

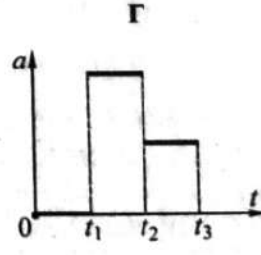
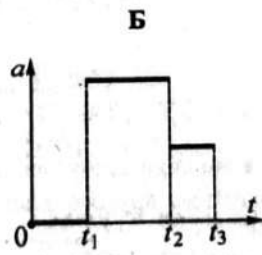
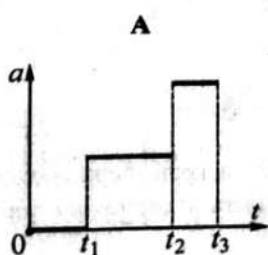
• Кутова швидкість ω чисельно дорівнює відношенню кута повороту до часу, за який радіус повернувся на цей кут: $\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n$. Кутову швидкість у СІ вимірюють у $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

• Зв'язок між лінійною та кутовою швидкостями: $v = \omega R$.

• При рівномірному русі по колу прискорення тіла в кожній точці траєкторії напрямлене до центра кола і називається доцентровим. Модуль доцентрового прискорення дорівнює $a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$. Напрямок доцентрового прискорення постійно змінюється, тому рівномірний рух по колу не є рівноприскореним.

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Матеріальна точка рівномірно рухається по траєкторії, зображеній на рисунку. Укажіть графік залежності модуля доцентрового прискорення від часу.



$R_3 = R$
 $R_2 = 2R$
 Графік $a(t)$ — ?

I ділянка. Рух рівномірний і прямолінійний, тоді: $a_1 = 0$. Час руху першою ділянкою становить $\Delta t_1 = \frac{4R}{v}$.

II ділянка. Доцентрове прискорення $a_2 = \frac{v^2}{R_2} = \frac{v^2}{2R}$. Час руху точки цією ділянкою дорівнює

$$\Delta t_2 = \frac{T_2}{2} = \frac{2\pi R_2}{2v} = \frac{2\pi R}{v}$$

III ділянка. Доцентрове прискорення $a_2 = \frac{v_2^2}{R_2} = \frac{v^2}{2R}$. Час руху точки цією ділянкою дорівнює

$$\Delta t_3 = \frac{T_3}{2} = \frac{2\pi R_3}{2v} = \frac{\pi R}{v}$$

Оскільки $a_3 = 2a_2$, $\Delta t_2 = 2\Delta t_3$, то описаному руху відповідає графік на рисунку А.

Відповідь: А.

Приклад 2. Шків, діаметр якого дорівнює 30 см, робить 600 обертів за 0,5 хв. Установіть відповідність між фізичною величиною та її числовим значенням у СІ.

- | | |
|--------------------------|---------------------|
| 1 Період обертання | А 6π |
| 2 Кутова швидкість | Б 40π |
| 3 Лінійна швидкість | В 24π ² |
| 4 Доцентрове прискорення | Г 0,05 |
| | Д 240π ² |

$$d = 0,3 \text{ м}$$

$$N = 600$$

$$t = 30 \text{ с}$$

Період обертання шківа: $T = \frac{t}{N} = 0,05 \text{ с}$ — відповідь Г.

Кутова швидкість: $\omega = \frac{2\pi}{T} \approx 40\pi \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ — відповідь Б.

Лінійна швидкість: $v = \omega R = \omega \cdot \frac{d}{2} = \frac{\pi d N}{t} = 6\pi \frac{\text{м}}{\text{с}}$ — відповідь А.

Доцентрове прискорення: $a = \frac{v^2}{R} = \frac{2\pi^2 d N^2}{t^2} = 240\pi^2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ — відповідь Д.

Відповідь	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Приклад 3. Циліндр, радіус якого 10 см, розташований між двома дошками, що рухаються в протилежних напрямках зі швидкостями 3 м/с і 2 м/с. Обчисліть швидкість поступального руху циліндра та кутову швидкість його обертання.

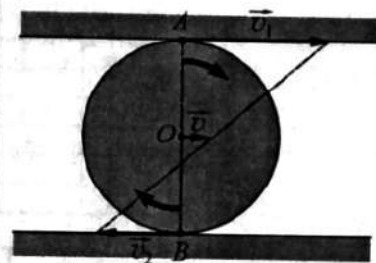
$$R = 0,1 \text{ м}$$

$$v_1 = 3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_2 = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v - ?$$

$$\omega - ?$$



Кожна точка циліндра бере участь у поступальному русі зі швидкістю v та обертальному русі зі швидкістю $v_{\text{об}} = \omega R$.

За правилом додавання швидкостей у точці А: $v_1 = v_{\text{об}} + v = \omega R + v$.

У точці В: $v_2 = v_{\text{об}} - v = \omega R - v$.

Додавши рівняння, отримаємо: $\omega = \frac{v_1 + v_2}{2R} = 25 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Віднявши рівняння, матимемо: $v = \frac{v_1 - v_2}{2} = 0,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Відповідь: 0,5 м/с; 25 рад/с.

Приклад 4 (ЗНО-2007). Два однакові диски обертаються навколо своїх осей. Точки на краю першого диска мають в 4 рази менше нормальне прискорення, ніж точки на краю другого диска. Знайдіть відношення періоду обертання першого диска до періоду обертання другого.

А	Б	В	Г
4	2	0,5	16

$$R_1 = R_2 = R$$

$$a_2 = 4a_1$$

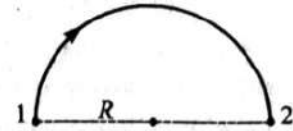
Доцентрове прискорення: $a = \omega^2 R$.

Кутова швидкість: $\omega = \frac{2\pi}{T}$, тоді $a = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$. Звідси $T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{a}}$.

Відношення періодів дорівнює $T_1/T_2 = \sqrt{a_2/a_1} = 2$.

Відповідь: Б.

Приклад 5. Тіло, рухаючись рівномірно по колу, радіус якого R , за час t перемістилося з точки 1 у точку 2 (див. рис.). Установіть відповідність між характеристиками руху тіла та математичними виразами для їхнього обчислення.



- 1 Модуль переміщення
- 2 Шлях
- 3 Швидкість
- 4 Кутова швидкість

- А π / t
- Б $\pi R / t$
- В πR
- Г $2R$
- Д πR^2

Розв'язання

1) Модуль переміщення тіла дорівнює діаметру кола: $S = 2R$ — відповідь 1 – Г.

2) Шлях тіла за час t дорівнює довжині півкола: $l = \pi R$ — відповідь 2 – В.

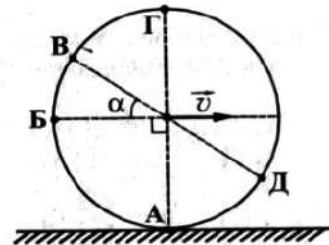
3) Лінійна швидкість $v = \frac{l}{t} = \frac{\pi R}{t}$ — відповідь 3 – Б.

4) Кутова швидкість $\omega = \frac{\Phi}{t} = \frac{\pi}{t}$ — відповідь 4 – А.

Відповідь:

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Приклад 6 (ЗНО-2011). Машина рухається прямолінійно зі швидкістю v . Установіть відповідність між модулями миттєвих швидкостей точок колеса машини відносно землі та буквами, якими позначено відповідні точки на рисунку. Кут $\alpha = 30^\circ$. Колесо не проковзує.



- 1 0
- 2 v
- 3 $2v$
- 4 $\sqrt{3}v$

Розв'язання

Кожна точка диска одночасно бере участь у двох рухах: обертальному відносно центра диска зі швидкістю \vec{v}_0 та поступальному зі швидкістю \vec{v} . За правилом додавання швидкостей, швидкість точки відносно поверхні землі дорівнює $\vec{u} = \vec{v}_0 + \vec{v}$.

Побудуємо векторну діаграму швидкостей для кожної точки диска.

Точка А		Відносно землі точка А не проковзує, тому $u = 0$ і $v_0 = v$ — відповідь 1 – А.
Точка Г		Модуль $u = v + v_0 = 2v$ — відповідь 3 – Г.
Точка Б		За теоремою Піфагора модуль швидкості u дорівнює $u = \sqrt{v^2 + v_0^2} = \sqrt{2v^2} = \sqrt{2}v$. Такої відповіді немає.
Точка В		За теоремою косинусів модуль швидкості u дорівнює $u = \sqrt{v^2 + v_0^2 - 2vv_0 \cos(90^\circ + \alpha)} = \sqrt{3v^2} = \sqrt{3}v$. Відповідь 4 – В.
Точка Д		За теоремою косинусів модуль швидкості u дорівнює $u = \sqrt{v^2 + v_0^2 - 2vv_0 \cos(90^\circ - \alpha)} = \sqrt{v^2} = v$. Відповідь 2 – Д.

Відповідь:

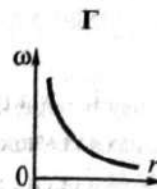
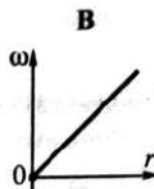
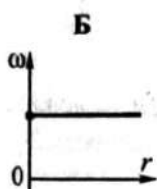
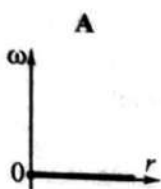
	А	Б	В	Г	Д
1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Завдання для самостійного розв'язування

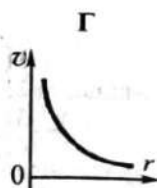
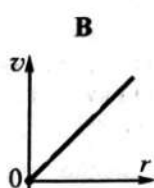
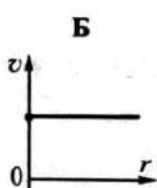
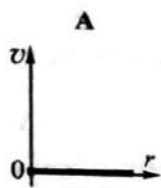
Завдання з вибором однієї правильної відповіді

Завдання 4.1 – 4.10 мають чотири варіанти відповіді, серед яких лише один правильний. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді.

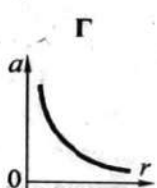
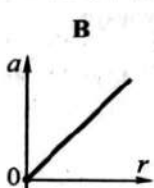
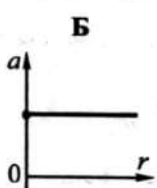
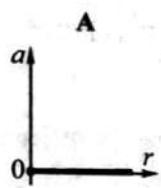
4.1. Диск рівномірно обертається навколо закріпленої осі. Укажіть графік залежності $\omega = \omega(r)$, де r — відстань від осі обертання до точки на поверхні диска.



4.2. Диск рівномірно обертається навколо закріпленої осі. Укажіть графік залежності $v = v(r)$, де r — відстань від осі обертання до точки на поверхні диска.



4.3. Диск рівномірно обертається навколо закріпленої осі, що проходить через його центр. Укажіть графік залежності $a = a(r)$, де r — відстань від осі обертання до точки на поверхні диска.



4.4. Виберіть правильне твердження: при рівномірному русі по колу вектор...

А прискорення напрямлений по дотичній до траєкторії;

Б прискорення не змінюється із часом;

В лінійної швидкості напрямлений до центра кола;

Г лінійної швидкості напрямлений по дотичній до траєкторії.

4.5. Кут між векторами лінійної швидкості та прискорення при рівномірному русі по колу становить...

А	Б	В	Г
90°	45°	30°	0°

4.6. Доцентрові прискорення точок на ободі першого диска у 4 рази більші, ніж доцентрові прискорення точок на ободі другого диска. У скільки разів період обертання першого диска відрізняється від періоду обертання другого диска, якщо радіуси обох дисків рівні?

А 4;

Б $\frac{1}{4}$;

В 2;

Г $\frac{1}{2}$.

4.7. Заведена дзига вільно падає з висоти 45 см. Частота обертання дзиги — 5 об/с. Скільки обертів вона зробить до удару об землю? Опором повітря знехтуйте.

А 15;

Б 1,5;

В 2;

Г 5.

4.8. Ротор турбіни, діаметр якої дорівнює 40 см, обертається із частотою 12 000 хв⁻¹. Яке доцентрове прискорення кінців лопаток турбіни? ($\pi^2 \approx 9,87$)

А 316 м/с²;

Б 3160 м/с²;

В 31 600 м/с²;

Г 316 000 м/с².

4.9. З якою швидкістю автомобіль повинен проїжджати середину опуклого мосту, радіус кривини якого 40 м, щоб доцентрове прискорення автомобіля в цій точці було рівне прискоренню вільного падіння?

А 15 м/с;

Б 10 м/с;

В 20 м/с;

Г 25 м/с.

4.10. Автомобіль, що рівномірно рухається горизонтальною дорогою зі швидкістю 72 км/год, здійснює розворот з доцентровим прискоренням 10 м/с². За скільки секунд він розвернеться в протилежний бік?

А 2π;

Б π;

В 4π;

Г 0,5π.

Завдання на встановлення відповідності

У завданнях 4.11 – 4.16 до кожного із чотирьох рядків інформації, позначених цифрами, виберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою.

4.11. Установіть відповідність між фізичною величиною та її одиницею вимірювання в СІ.

- | | |
|--------------------------|--------------------|
| 1 Кутова швидкість | А рад/с |
| 2 Лінійна швидкість | Б с |
| 3 Період обертання | В 1/с |
| 4 Доцентрове прискорення | Г м/с |
| | Д м/с ² |

4.12. Установіть відповідність між фізичною величиною та виразом, за яким її можна обчислити.

- | | |
|--------------------------|-----------------|
| 1 Кутова швидкість | А $1/n$ |
| 2 Лінійна швидкість | Б $4\pi^2 Rn^2$ |
| 3 Доцентрове прискорення | В $2\pi Rn$ |
| 4 Період обертання | Г N/t |
| | Д $2\pi n$ |

4.13. Маховик, радіус якого дорівнює 0,5 м, робить за 2 хв 240 обертів. Установіть відповідність між фізичною величиною та її числовим значенням у СІ.

- | | |
|--------------------------|------------|
| 1 Період | А $8\pi^2$ |
| 2 Лінійна швидкість | Б 39,4 |
| 3 Доцентрове прискорення | В 2π |
| 4 Кутова швидкість | Г 4π |
| | Д 0,5 |

4.14. Довжина лопатей вентилятора — 20 см, лінійна швидкість кінців лопатей — 2,5 м/с. Установіть відповідність між фізичною величиною та її числовим значенням у СІ.

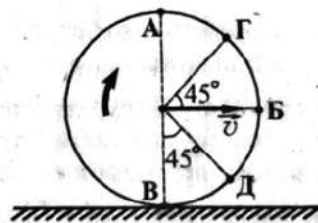
- | | |
|--------------------------|------------|
| 1 Період | А 12,5 |
| 2 Частота | Б 0,16π |
| 3 Кутова швидкість | В 6,25 / π |
| 4 Доцентрове прискорення | Г 31,25 |
| | Д 2,5 |

4.15. Хвилинка стрілка годинника удвічі довша за годинну. Установіть відповідність між фізичною величиною та її числовим значенням у СІ.

- | | |
|---|--------|
| 1 Відношення періодів T_x/T_r | А 1/12 |
| 2 Відношення лінійних швидкостей кінців стрілок v_x/v_r | Б 288 |
| 3 Відношення доцентрових прискорень a_x/a_r | В 24 |
| 4 Відношення кутових швидкостей ω_x/ω_r | Г 1/2 |
| | Д 12 |

4.16. Диск без проковзування котиться по горизонтальній поверхні. Швидкість центра диска v . Установіть відповідність між модулями лінійних швидкостей точок на ободі диска відносно землі та відповідними точками на рисунку.

- 1 $\sqrt{2}v$
- 2 0
- 3 $\sqrt{2+\sqrt{2}}v$
- 4 $2v$



Завдання відкритої форми з короткою відповіддю

Розв'яжіть завдання 4.17 – 4.31. Обчислення доцільно здійснювати за кінцевою формулою розв'язання задачі в загальному вигляді.

4.17. В автомобілі зчеплені між собою два зубчасті колеса з кількістю зубців $Z_1 = 20$ і $Z_2 = 80$. Визначте відношення

періодів обертання коліс $\frac{T_2}{T_1}$.

- 4.18. Лінійна швидкість точки на ободі колеса дорівнює 6 м/с , а швидкість точки, що лежить ближче до осі обертання на 10 см , — 5 м/с . Визначте радіус колеса.
- 4.19. Знайдіть лінійну швидкість точок на поверхні Землі на широті 60° . Радіус Землі — 6400 км .
- 4.20. У скільки разів доцентрове прискорення точок на екваторі Землі відрізняється від доцентрового прискорення точок на широті 60° ?
- 4.21. Хлопчик обертає камінь, прив'язаний до мотузки завдовжки $0,5 \text{ м}$, у вертикальній площині, роблячи щосекунди 3 оберти. На яку висоту над точкою відриву підніметься камінь, якщо мотузка обірветься у ту мить, коли швидкість камінця напрямлена вертикально вгору? Опором повітря знехтуйте.
- 4.22. Хлопчик обертає камінь, прив'язаний до мотузки завдовжки $0,5 \text{ м}$, у горизонтальній площині, щосекунди роблячи 2 оберти. Площина обертання міститься на висоті $1,25 \text{ м}$ над поверхнею землі. Мотузка раптово обривається. На якій віддалі від точки відриву впаде камінь? Опором повітря знехтуйте.
- 4.23. Радіус ручки колодяного коловорота удвічі більший за радіус вала, на який намотується ланцюг. Яка лінійна швидкість кінця ручки, якщо відро з глибини 10 м рівномірно піднімали впродовж 20 с ?
- 4.24. Яку відстань проїде велосипедист, зробивши 30 обертів педалями, якщо діаметр колеса — 70 см , ведуча зубчатка має 48 зубців, а ведена — 18?
- 4.25. Пропелер літака обертається із частотою 30 об/с . Літак відносно землі рухається горизонтально зі швидкістю 180 км/год . Визначте швидкість руху кінця пропелера відносно землі, якщо радіус пропелера дорівнює $1,5 \text{ м}$.
- 4.26. Циліндр, радіус якого дорівнює 10 см , міститься між двома дошками, що рухаються в один бік зі швидкостями 3 м/с і 2 м/с . Обчисліть швидкість поступального руху циліндра та кутову швидкість його обертання. Проковзування немає.
- 4.27. Рух від шківів 1 передається до шківів 4 за допомогою двох пасових передач. Визначте частоту обертання цього шківів, якщо перший шків робить 120 об./с . Радіуси шківів відносяться як $1 : 2 : 4 : 6$. Шківів 2 і 3 скріплені жорстко.

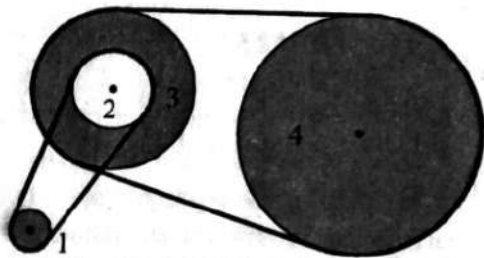


Рис. до № 4.27

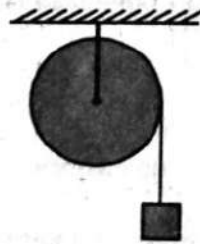


Рис. до № 4.33

- 4.28. На верстаті просвердлюють отвір, діаметр якого 15 мм . Лінійна швидкість зовнішньої точки свердла — $0,628 \text{ м/с}$. За один оберт свердло заглиблюється на $0,1 \text{ мм}$. Визначте глибину отвору через 30 с .
- 4.29. Два картонні диски насаджені на горизонтальну вісь так, що їхні площини вертикальні. Відстань між дисками — 60 см . Диски обертаються із частотою 2000 об./хв . Куля, що летіла горизонтально на відстані 10 см від осі зі швидкістю 628 м/с , пробила обидва диски. Визначте зміщення отворів один відносно одного.
- 4.30. Плівку перемотують з однієї котушки на іншу. Частота обертання котушки, на яку намотують плівку, стала і дорівнює n . Початковий радіус мотка — R_0 , товщина плівки — h . Визначте швидкість подачі плівки через час t .
- 4.31. Паличка завдовжки 1 м обертається навколо перпендикулярної до палички осі. Кінці палички обертаються в протилежних напрямках зі швидкостями $0,5 \text{ м/с}$ і 2 м/с . Визначте кутову швидкість обертання палички.
- 4.32. Тонкостінний циліндр, радіус якого дорівнює R , обертається із частотою n навколо вертикальної осі. З якою максимальною швидкістю має летіти куля, щоб залишити у стінці циліндра лише один отвір? Куля летить горизонтально і перетинає вісь обертання.
- 4.33. Вантаж, який прив'язаний до шнура, намотаного на нерухомий блок, за $0,2 \text{ с}$ від початку руху набуває швидкості 1 м/с . Радіус блока дорівнює $0,1 \text{ м}$. Визначте повне прискорення точок на ободі блока.
- 4.34. Камінь вилетів з рогатки зі швидкістю 10 м/с під кутом 60° до горизонту. Визначте радіус кривини траєкторії в найвищій точці. Опором повітря знехтуйте.